Departamento de Economía Aplicada

DOCUMENTOS DE TRABAJO

UNIVERSIDAD DE JAÉN

Aglomeración urbana española (1900-2000): estimaciones "*rank–size*" vs. tests LM

WP 0101/Nº 19

Pablo Brañas*. y Francisco Alcalá**

Dirección para comentarios y críticas

Departamento de Economía Aplicada
Universidad de Jaén
Paraje las Lagunillas s/n
23071 Jaén
email: pbg@ujaen.es

* Área de Fundamentos del Análisis Económico. Departamento de Economía Aplicada. Universidad de Jaén

** Área de Economía Aplicada. Departamento de Economía Aplicada. Universidad de Jaén.

Aglomeración urbana española (1900-2000): estimaciones “*rank–size*” vs. tests LM

Pablo Brañas* Francisco Alcalá†

Resumen

Este trabajo analiza la aglomeración urbana en España durante todo el siglo XX, a través de estimaciones rango–tamaño y del test de multiplicadores de Lagrange propuesto por Urzúa (2000) para contrastar la Ley de Zipf . Los resultados del test indican, por un lado, que la Ley de Zipf se satisface sólo en el conjunto de las 500 ciudades más grandes y, por otro, que los núcleos más pequeños van quedándose despoblados paulatinamente, aunque esta tendencia parece haberse frenado.

Clasificación J.E.L.: R11, D12
Palabras Clave: Ley de Zipf, test LM, aglomeración urbana española

1 Introducción

A lo largo del último siglo –y, sobre todo, desde los cincuenta– los economistas nos hemos preocupado por la distribución de la población a lo largo de la geografía, haciendo especial hincapié en el auge (declive) de ciertos núcleos urbanos. Con mucha frecuencia se ha utilizado la Ley de Zipf (LZ en adelante), para analizar el nivel de aglomeración de los países, tomándose el grado de cumplimiento de ésta como una regla “casi” dorada. La LZ viene a indicar que la ciudad más grande de un país será *n*–veces mayor que la *n*–ésima, reflejando un “equilibrio” entre las fuerzas de unificación y diversificación (ver Zipf, 1949).

Si consideramos un conjunto de ciudades, ordenadas por su población, $x_{(1)} \geq x_{(2)} \geq \cdots \geq x_{(r)} \geq \cdots \geq x_{(n)}$, donde *r* es el rango y $x_{(r)}$ es el tamaño de una ciudad; el cumplimiento de la LZ implica que la dimensión de una ciudad será una proporción (una fracción determinada por su posición) de la más grande, i.e.

*Área de Fundamentos del Análisis Económico, Dpto. de Economía Aplicada, U. de Jaén. Paraje Las Lagunillas s/n, 23071 Jaén. Tel. 953-012229, Fax. 953-012222, e-mail: pbg@ujaen.es

†Área de Economía Aplicada, Dpto. de Economía Aplicada, Universidad de Jaén.

que la pendiente de la distribución rango–tamaño (originalmente propuesta por Lotka, 1925) ha de ser constante, por tanto,

$$rx_{(r)} = c. \tag{1}$$

El análisis empírico de esta norma en cualquier país (o región) es bastante inmediato. Tomando logaritmos en la expresión anterior obtenemos,

$$\ln r = \beta_1 + \beta_2 \ln x_{(r)} + \varepsilon_r, \tag{2}$$

donde ε_r es la perturbación aleatoria que satisface los supuestos habituales de media cero y varianza constante. La ecuación (2) se estima por medio de mínimos cuadrados ordinarios; donde, la LZ se satisface en el caso de $\hat{\beta}_2 = |1|$.

Brakman *et al.* (1999) indican que cuando $\hat{\beta}_2 < |1|$ el país está en fase de aglomeración o concentración[1], en caso contrario, la situación sería indicativa de una dispersión. Diremos que los sistemas presentan aglomeración si hay una ciudad muy grande y el resto son pequeñas; encontraremos dispersión si la gran mayoría de las ciudades que lo conforman tienen un tamaño similar y, por tanto, $\hat{\beta}_2 > |1|$.

Cuando estimamos la ecuación (2) en distintos períodos de tiempo podemos observar el proceso (ver Brañas y Alcalá, 2000). Una dinámica hacia una forma apuntada muestra que la población se está aglomerando en algún punto espacial concreto; el comportamiento inverso indica que la población se está dispersando. Lo primero suele ser consecuencia de la industrialización (ver Brakman *et al.*, 1999) i.e. se aprovechan las economías de aglomeración; lo segundo, indica lo contrario, desaparecen las ventajas cuando surgen las deseconomías, en forma de congestión, por ejemplo (ver Glaeser, 1998).

Estas estimaciones se han realizado en numerosas ocasiones y ¡con gran éxito!, véanse, por ejemplo, los trabajos de Brakman *et al.* (1999) en Holanda; Glaeser *et al.* (1995), Krugman (1996) o Gabaix (1999) en Estados Unidos; Eaton y Eckstein (1997) para Francia y Japón. En el caso español, tras el trabajo pionero Lasuén *et al.* (1967) (o Lasuén, 1976, entre otros), encontramos los de Rotllant y Soy (1993), Alonso-Villar y De Lucio (1999) o Brañas y Alcalá (2000).

Sin embargo, un trabajo recientemente publicado, Urzúa (2000), cuestiona la validez de los resultados de la estimación de (2), basándose en la ineficiencia de los $\hat{\beta}_{MCO}$ debida a la no normalidad de los residuos de (2). Como alternativa propone un test LM que permite la contrastación de la hipótesis nula de existencia de LZ. Este contraste será utilizado en este trabajo para verificar la validez de los resultados de estimaciones "*rank–size*".

[1]Es muy común estimar ecuaciones *size–rank*, donde la interpretación de $\hat{\beta}_2$ es justo la inversa. Ver, por ejemplo, Lasuén (1976).

El siguiente apartado explica el test propuesto por Urzúa (2000) y su implementación; la muestra utilizada y las distintas replicaciones para diferentes sub–muestras se abordan en la tercera sección; la cuarta analiza los resultados y los discute y la quinta concluye.

2 El test LM de Urzúa

El problema planteado por Urzúa es sencillo: si r no es más que una sucesión discreta es difícil que los errores de (2) sigan una distribución Normal. Siguiendo la estrategia propuesta por otros autores, como Quandt (1964), traslada la distribución rango–tamaño a una relación rango–frecuencia. Si $f(x)$ es la frecuencia relativa de un conjunto de n objetos, el rango de un objeto de tamaño x vendría dado como,

$$R(x) = n \int_x^\infty f(z)dz, \tag{3}$$

suponiendo que cada ciudad tiene un tamaño distinto al resto. De este modo (1) se expresa en forma probabilística ($R_{(x)} = c/x$). Tomando derivadas con respecto a x en esta ecuación y en (3), podemos hallar que la LZ indica que

$$f(x) = \frac{c}{n}(\frac{1}{x^2}). \tag{4}$$

Parr (1985) y Roehner (1995), entre otros, señalaron que dicha función de densidad no es más que un caso particular de la Ley de Pareto (1897), donde $\alpha = 1$:

$$f(x) = \frac{\alpha}{\mu}(\frac{x}{\mu})^{-(\alpha+1)}, x \geq \mu, \tag{5}$$

con $\alpha \geq 0$ y $\mu > 0$. Dicha función de densidad tiene dos parámetros, donde μ se fija “a mano”, en nuestro caso $\mu = x_{(n)}$, i.e. el tamaño de la ciudad más pequeña contenida en la muestra. Para la contrastación de la LZ[2], Urzúa propone un test de hipótesis nula del tipo,

$$H_0 : \sigma = \mu; \quad \alpha = 1,$$

b En caso de no rechazo se cumpliría la LZ. El estadístico planteado , llamado LMZ, sería,

$$LMZ = 4n[z_1^2 + 6z_1z_2 + 12z_2^2]; \tag{6}$$

[2]Para la elaboración del estadístico ver el original, Urzúa (2000).

con,

$$z_1 \equiv 1 - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \ln \frac{x_i}{x_{(n)}} \quad \text{y} \quad z_2 \equiv \frac{1}{2} - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \frac{x_{(n)}}{x_i}.$$

Bajo la hipótesis nula, LMZ se distribuye asintóticamente como una chi–cuadrado de dos grados de libertad, χ^2_2. Urzúa propone los valores críticos donde se pueden contrastar dichos resultados, generados a partir de una simulación Montecarlo[3].

Una cuestión que Urzúa plantea en las conclusiones de su trabajo es que un aumento del tamaño de la muestra nos llevará progresivamente al rechazo de la hipótesis nula –es decir, que el estadístico es sensible al tamaño muestral–, que es justo lo inverso a lo propuesto por Gabaix[4].

En el siguiente apartado se explicarán las muestras utilizadas para estimar las ecuaciones rango–tamaño (2) y el test propesto por Urzúa, LMZ.

3 Muestra y replicaciones por tamaños

Los *datos* de población empleados para este trabajo fueron suministrados por el Área de Información Estadística del Instituto Nacional de Estadística. Esta información recoge los padrones de población de los municipios españoles por sexo, no discriminando en función del tamaño mínimo del núcleo. La periodicidad de esta información es decenal, utilizándose para este estudio todos los datos disponibles: *1900–1998*.

Una cuestión muy discutida en la literatura es el *tamaño* mínimo, $x_{(n)}$, de la última ciudad a introducir en la muestra, es decir, qué se considera núcleo urbano (rural). Distintos autores han utilizados otras tantas medidas, de las que destacaremos las siguientes: Krugman (1996) emplea una muestra que contiene ciudades de más de doscientos cincuenta mil habitantes. Zipf (1949) en su artículo original analizó el tamaño de los cien mayores distritos metropolitanos de Estados Unidos y, posteriormente, empleó muestras con un $x_{(n)} =$ 50.000. Acomodándose a tamaño europeos, Brakman *et al.* (1999) utilizan un $x_{(n)} =$ 10.000 en su análisis sobre Holanda. Finalmente, Mills y Hamilton (1984) plantean la conveniencia de un valor mínimo de 2.500 habitantes para el análisis de la aglomeración.

[3] Para tamaños $n \geq 50$, los valores críticos serían los estándar. De nuevo, ver el original, Urzúa (2000), página 259.

[4] Gabaix (1999), prop.1, pp.749-750 demuestra que en el límite, cuando el exponente de la distribución Zipf tiende a uno, el tamaño mínimo (x_n) se aproxima a cero. Por tanto, necesitamos un tamaño infinitesimalmente pequeño –esto es, n será grande– para asegurar, en el estado estacionario, que se alcanze la LZ.

En este trabajo se utilizarán las cuatro medidas propuestas: ciudades de más de 250.000, 50.000, 10.000 y 2.500 habitantes. De este modo, caso a caso, se irá ampliando el tamaño de la muestra, n. En todas ellas se estudiará el cumplimiento (o no) de la LZ en los períodos de los que hay información; asimismo, se analizará la evolución temporal y, finalmente, se someterán los resultados a la prueba de Urzúa (LMZ) puesto que, conforme el valor de $x_{(n)}$ exigido sea menor, aumentará n y el LMZ, se supone, tenderá a rechazar la hipótesis nula.

4 Resultados

Los resultados que se han obtenido a partir de la estimación de la ecuación (2) se muestran, a continuación, en el cuadro 1. Cada columna del mismo incluye el valor de $\hat{\beta}_2$ –aunque el signo de todos ellos debería aparecer negativo, en el cuadro se presenta en valores absolutos para facilitar su comparación– para los respectivos tamaños muestrales propuestos por los autores ya citados, así como el número de núcleos, n, que se incluyen en la muestra en los correspondientes años considerados, los cuales se presentan en la filas de esta tabla.

Tabla 1: Valores estimados de $\hat{\beta}_2$

	Krugman		Zipf		Brakman		Mills	
Año	$\hat{\beta}_2$	n	$\hat{\beta}_2$	n	$\hat{\beta}_2$	n	$\hat{\beta}_2$	n
1900	(—)	2	1,109	18	1,440	217	1,507	1.619
1910	(—)	2	1,153	22	1,449	252	1,475	1.734
1920	0,720	3	1,162	28	1,407	276	1,422	1.792
1930	0,694	3	1,082	28	1,382	312	1,381	1.921
1940	0,840	4	1,141	39	1,300	376	1,307	1.976
1950	0,821	6	1,166	54	1,238	403	1,274	2.042
1960	0,798	7	1,167	61	1,188	423	1,213	2.042
1970	0,837	8	1,138	74	1,122	488	1,099	1.905
1981	1,080	17	1,171	103	1,076	540	1,007	1.794
1991	1,134	18	1,200	113	1,083	583	0,976	1.779
1998	1,114	15	1,221	118	1,114	626	0,989	1.831

Donde n indica el tamaño muestral en cada año y,
(—) indica que $\hat{\beta}_2$ no es significativo ni para un α = 10 %.

Una mejor comprensión de los resultados que aporta el cuadro, se puede obtener a partir de la observación de la figura 1. En ella se han representado los valores que las distintas $\hat{\beta}_2$ han alcanzado en las muestras que proponían los trabajos de

Krugman, Zipf, Brakman *et al.* y Mills y Hamilton, respectivamente, situando como valor de referencia una línea en la que $\hat{\beta}_2 = |1|$, esto es, en la que la Ley de Zipf se cumpliría perfectamente.

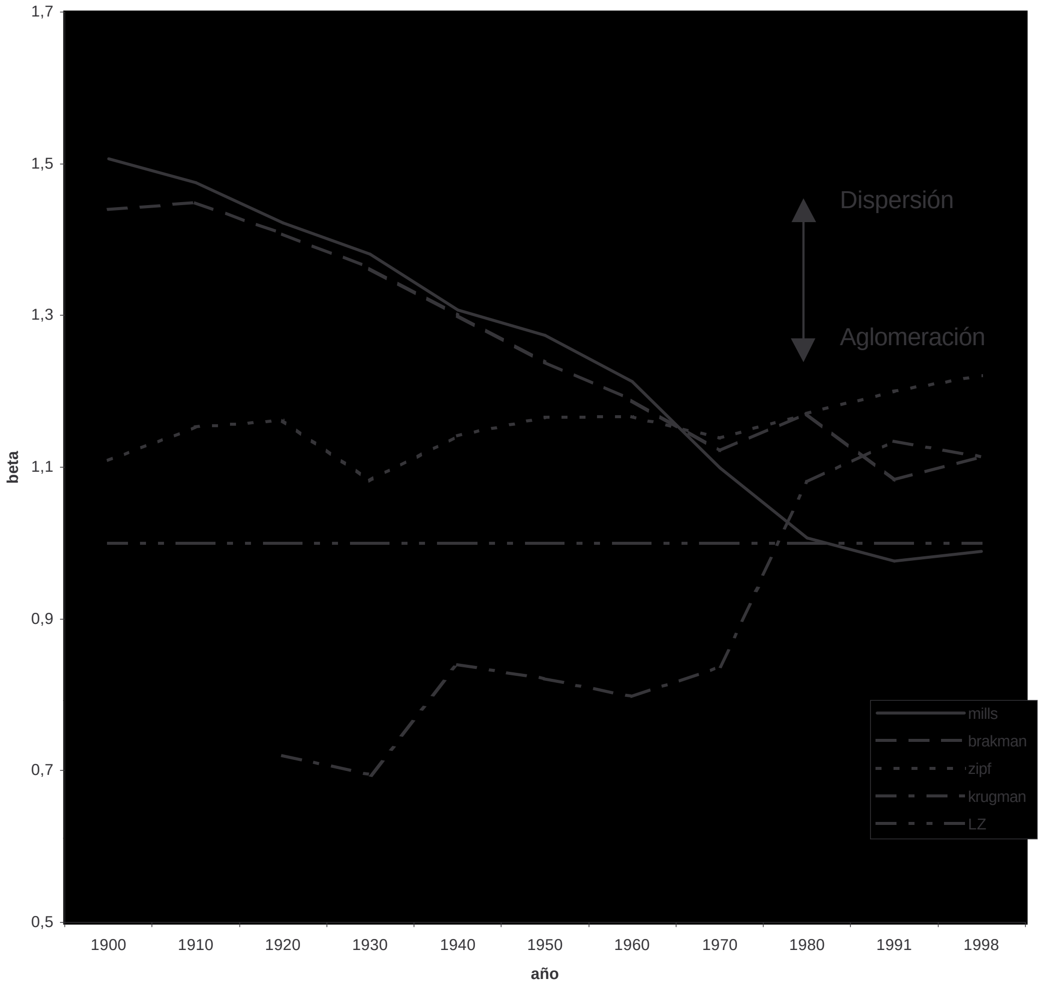

Figura 1: Aglomeración temporal

La primera impresión que se aprecia es que se va produciendo una paulatina aproximación o convergencia entre los valores de los $\hat{\beta}_2$ obtenidos en las diferentes muestras. De hecho, cuando ésta recoge núcleos de población de 2.500 habitantes o más -nos estaríamos refiriendo a la propuesta efectuada por Mills y Hamilton- se pasa desde un $\hat{\beta}_2$=1,507 inicial hasta un 0,989 al final de la centuria, lo que permite señalar que se ha acercado notablemente al valor de "referencia". Por su parte, con relación a las muestras que siguen los criterios de Krugman y Brakman *et al.*, hay que indicar que ocurre algo parecido, es decir, partiendo de unos niveles alejados del "óptimo" se acercan progresivamente a ese ideal de

$\hat{\beta}_2 = |1|$, si bien para tamaños superiores a 10.000 habitantes se invierte un poco la situación desde la década de los noventa. No obstante, en el primer caso hay que hacer referencia al salto que se produce entre 1970 y 1981, como consecuencia de pasar de una muestra de 8 ciudades en el primero de los años a otra de 17, lo que provoca que el grado de cumplimiento de la LZ sea mayor. En última instancia, es preciso destacar el caso utilizado por Zipf en su trabajo original –poblaciones de más de 50.000 habitantes–. Aquí, más que converger lo que se produce es una oscilación del valor de $\hat{\beta}_2$ entre un máximo de 1,221 (en 1998) y un mínimo de 1,082 (en 1930), lo que nos llevaría a indicar en un principio que el comportamiento de las ciudades de más de 50.000 es bastante regular –si bien desde los setenta parecen comenzar a mostrar ciertos síntomas de congestión– y nunca han alcanzado el nivel de referencia.

El hecho de que los resultados obtenidos para $\hat{\beta}_2$ sean tan distintos, especialmente al principio, viene explicado fundamentalmente por el reducido número de ciudades de gran tamaño que existían en el primer tercio del siglo XX en España, en relación con las de menor dimensión que son las que recogen Brakman *et al.* o Mills y Hamilton. Así, los valores que alcanza el coeficiente resultan ser no significativos en los primeros períodos para el caso de Krugman. Ello, igualmente está detrás de que los resultados que se alcanzan para $\hat{\beta}_2$ en el caso de las muestras con poblaciones de más de 2.500 y 10.000 habitantes, respectivamente, partan de una posición de dispersión para tender hacia unos mayores niveles de aglomeración urbana –y además próximos al "ideal"– al final del período de análisis.

Por su parte, la muestra de Krugman (con sólo dos ciudades al comienzo del siglo) ofrece una clara situación de aglomeración para posteriormente traducirse en un sistema más descentralizado, como se aprecia por el incremento experimentado en el número de ciudades con más de 250.000 habitantes, que ha pasado de las dos ya citadas a 15 según el padrón de 1998. En última instancia, tras la aplicación del criterio muestral de Zipf se observa una cierta recurrencia del valor de $\hat{\beta}_2$ en torno a un intervalo próximo a 1. No obstante, debemos llamar la atención sobre el comportamiento que tiene el coeficiente desde la década de los setenta, que es claramente creciente y, en consecuencia, se aleja del valor de 1 dirigiéndose hacia una mayor dispersión de la población. Probablemente, los intensos desarrollos industriales acaecidos en el Norte y Este de España tengan mucho que ver con este patrón de crecimiento.

En suma, parece derivarse de lo expuesto que la muestra elegida en cada caso es determinante del resultado final obtenido. Así, mientras el tamaño de Krugman pasa de la aglomeración a la dispersión, en el resto se produce un incremento de la aglomeración urbana, hasta llegar a un cierto nivel –como ocurre a partir de los setenta– en el que la congestión que se alcanza provoca una cierta reacción en el proceso y se inicia una suave desaglomeración, que parece más determinante para las ciudades de más de 50.000 habitantes. En este contexto cabría preguntarse si ello resta validez al análisis. Desde nuestro punto de vista –ahora se contrastará el cumplimiento de la LZ– la diferencia entre los $\hat{\beta}_2$ obtenidos no hace sino enriquecer nuestro conocimiento del proceso evolutivo experimentado por las ciudades españolas en los últimos cien años que, como no podía ser de otra forma, difiere según el tamaño inicial que el núcleo correspondiente tenga en un momento determinado.

Por último, como se observa en la figura 1, las distancias entre las distintas "series" ha disminuido significativamente. Las diferencias entre muestras son, en la actualidad, reducidas (0,98 vs. 1,22) sobre todo si las comparamos con las de 1920 (0,72 vs. 1,422), que eran muy altas. Esta "convergencia" entre tamaños ha sido paulatina y, desde los ochenta, se manifiesta con claridad. Si observamos las tasas de crecimiento de estos valores, $\frac{\beta_t - \beta_{t-1}}{\beta_{t-1}}$, resulta evidente que todos los tamaños muestran que los procesos de aglomeración (dispersión) son en la actualidad muy reducidos ¿será un problema de poca movilidad laboral? Asimismo, que todos ellos indican aproximadamente lo mismo, freno en los procesos, ¿el tamaño de la muestra no importa?

No obstante, lo que critica Urzúa no es la interpretación de los $\hat{\beta}_2$, sino derivar de esta ecuación el cumplimiento de la LZ. De los resultados obtenidos se podía interpretar –tal y como hemos hecho– que todos los tamaños elegidos, con excepción del de más de 50.000 habitantes –que se mantiene siempre por encima–, convergen a la LZ. Para contrastar esta crítica, aplicaremos el test por él propuesto, el LMZ, a los datos que hemos empleado en este trabajo.

Dado que el volumen de información a utilizar es muy elevado (baste para ello observar las n de la muestra de Mills y Hamilton), decidimos implementar el test en Mathematica 4.0, puesto que nos ofrecía ventajas como la contrastación directa de los test de hipótesis y, sobre todo, la eliminación de los problemas de cálculo. La sintaxis para Mathematica, así como algunas explicaciones de la misma, se reproducen en el apéndice.

Los resultados del cálculo del estadístico y la aplicación del test en cada muestra y para cada uno de los años del período, se ofrecen en el cuadro 2.

Los resultados del test propuesto por Urzúa ofrecen patrones de comportamiento algo distintos a lo que acabamos de describir. La aplicación del LMZ a los datos de la población de los municipios españoles durante el siglo XX nos lleva a señalar que la LZ se cumple, prácticamente en todos los años, para los tamaños propuestos por Krugman –salvo en 1900 y 1910– y Zipf –con la excepción de 1950–; que esto sólo ocurre desde la década de los ochenta para muestras que contemplan ciudades de más de 10.000 habitantes –que sería la propuesta de Brakman *et al.*– y que nunca se cumple en el supuesto de Mills y Hamilton. En síntesis, la LZ se cumple en el caso español para municipios con más de 50.000 habitantes y a partir de los ochenta para aquellos que cuentan con más de 10.000 y, por el contrario, si descendemos hasta el corte de los 2.500 habitantes se in-

Tabla 2: Test LMZ: $H_0 : \sigma = \mu; \quad \alpha = 1$

	Krugman $x_{(n)} = 250.000$		Zipf $x_{(n)} = 50.000$		Brakman $x_{(n)} = 10.000$		Mills $x_{(n)} = 2.500$	
año	LMZ_K	R/NR	LMZ_Z	R/NR	LMZ_B	R/NR	LMZ_M	R/NR
1900	7,749	R	1,435	LZ	37,780	R	116,798	R
1910	7,593	R	4,813	LZ*	46,783	R	110,403	R
1920	0,262	LZ	4,656	LZ*	40,175	R	96,063	R
1930	0,216	LZ	1,230	LZ	37,282	R	87,102	R
1940	0,328	LZ	1,817	LZ	52,284	R	66,228	R
1950	0,603	LZ	9,500	R	54,276	R	61,953	R
1960	1,936	LZ	2,911	LZ	30,523	R	46,155	R
1970	0,179	LZ	1,799	LZ	25,336	R	25,420	R
1981	5,641	LZ*	2,968	LZ	4,654	LZ*	56,642	R
1991	5,785	LZ*	2,753	LZ	2,639	LZ	81,443	R
1998	3,705	LZ	4,186	LZ	4,766	LZ*	108, 556	R

Donde LMZ_K= LMZ para el tamaño Krugman, Z=Zipf, B=Brakman y M=Mills.

R: se rechaza H_0 y NR: no se rechaza H_0 y, por tanto, se cumple la LZ.

LZ* indica que H_0 no rechaza al 95 %.

cumple sistemáticamente -se rechaza para todos los años la hipótesis nula– como anticipaba Urzúa y en contra de lo que sostiene Gabaix.

La cuestión clave consistiría en discernir, algo a lo que nos hemos referido antes sucintamente, si los cuadros 1 y 2 y la figura 1 permiten alumbrar algún hecho significativo en el proceso de formación de las ciudades en España durante el último siglo. Ante todo, debemos de señalar que aunque el test LMZ arroje que la LZ se incumple para un determinado tamaño muestral, esto no significa que la información que ello aporta no sea útil, sino más bien al contrario, puesto que parece lógico que en el proceso de la aglomeración urbana las ciudades muy grandes (mayores de 250.000 habitantes, por ejemplo) tengan un comportamiento sensiblemente distinto al de las muy pequeñas (menos de 2.500), simplemente por la diferente dotación de servicios públicos, infraestructuras, etc., que propicia que las de menor tamaño deseen crecer más rápido para satisfacer una dimensión mínima que les permita cubrir esas necesidades al estilo de lo que ya ocurre en las urbes de mayor población. Pues bien, tomando en consideración estas puntualizaciones, a continuación exponemos los hechos estilizados que parecen derivarse del análisis desarrollado a lo largo de las páginas precedentes.

En primer lugar, tal y como se aprecia cuando se analizan las ciudades de más de 250.000 habitantes, se ha producido un proceso de creación de nuevos núcleos de esta dimensión que han ampliado el grado de descentralización –medido a través de $\hat{\beta}_2$– o, dicho de otra forma, la población de las ciudades más grandes, que al principio se situaba en sólo dos núcleos, se ha repartido entre un mayor número de municipios contribuyendo, en consecuencia, a un mayor nivel de dispersión, como se ilustraba en la figura 1, especialmente a partir de la década de los setenta.

El estrato muestral correspondiente a ciudades de más de 50.000 habitantes, nos permite apreciar un notable grado de estabilidad en lo que respecta a sus niveles de aglomeración. El valor de $\hat{\beta}_2$ tan solo ha variado entre 1,082 y 1,221, si bien parece que en los tres últimos decenios se ha alcanzado un nivel de congestión mayor que está llevando a un aumento del nivel de descentralización. Más aún, con la excepción de los datos correspondientes a 1950, la LZ se cumple en todos los años, aunque con un nivel de confianza desigual.

Con respecto a la muestra que incluye a los municipios de 10.000 habitantes –más acorde con los tamaños europeos– la evolución seguida es algo distinta. Se parte de una situación de "excesiva" dispersión –en la que no se alcanza la LZ– que, posteriormente, sigue una clara tendencia hacia la aglomeración a lo largo de la centuria de referencia. Como claramente se ha podido observar en la figura 1, a partir de los ochenta comienza a acercarse a los valores de LZ, a la vez que el test LMZ muestra que dicha ley se cumple.

Finalmente, el tamaño propuesto por Mills y Hamilton parece demasiado pequeño, posiblemente porque se consideran como ciudades aquellos núcleos que son totalmente rurales. Por ello, la LZ se rechaza de modo sistemático. Además, se observa que en esta muestra tan "amplia" hay una tendencia clara a la aglomeración, es decir, que los pueblos más pequeños pierden peso en favor de los núcleos mayores, si bien parece que el proceso está perdiendo intensidad en los últimos años. Esto evidencia que sería necesario un cambio de tendencia de mayor vigor para que dicha ley se cumpliera.

Con la prudencia que obliga el tratamiento de los datos de concentración de la población en núcleos de diferente tamaño, cabría apuntar que el fenómeno de la desagrarización vivido en nuestro país durante los sesenta y setenta ha influido, de forma decisiva, en la eclosión de ciudades frente a poblaciones rurales lo que, en buena medida, vendría a explicar que hoy en día, superado ya ese "boom", el proceso se haya amortiguado considerablemente.

Para concluir restaría definir cual es el tamaño mínimo de un núcleo de población a incluir en la muestra para que en España se alcance la LZ. La evidencia empírica del siglo XX ha puesto claramente de manifiesto que, aproximadamente, las muestras que incluyan las 500 mayores ciudades tenderán a no rechazar el contraste de LMZ y, en consecuencia, se puede decir que los 500 núcleos más grandes de nuestro país siguen un patrón Zipf. Ello conlleva que la población de cada ciudad vendrá determinada por su posición en el ranking y el tamaño del núcleo más grande, es decir, Madrid.

5 Conclusiones

Este trabajo ha pretendido mostrar, de un modo sintético y exhaustivo, las tendencias que ha experimentado el proceso de aglomeración urbana en nuestro país a lo largo del siglo XX. Con esta finalidad se han utilizado cuatro tamaños muestrales (250.000, 50.000, 10.000 y 2.500 habitantes, respectivamente) y dos metodologías distintas, por un lado, la estimación de la distribución rango–tamaño y, por otro, los contrastes LM de la Ley de Zipf.

Las conclusiones más relevantes del trabajo, podrían resumirse del siguiente modo: a) el conjunto de ciudades más grandes ha alcanzado la LZ y ese grupo es cada vez más numeroso; b) en general, se observa una clara concentración de la población y, por tanto, los pueblos más pequeños –que cada vez son menos– se están "vaciando" y, c) este proceso de aglomeración, que con tanta intensidad se ha manifestado en los dos primeros tercios del siglo, parece estar tocando a su fin, tal y como muestra la tendencia a la convergencia de las curvas representadas en la figura 1.

Como corolario de todo ello habría que hacer hincapié en que el proceso seguido ha supuesto, en última instancia, que los pueblos más pequeños se hayan vaciado en las ciudades medias y, de igual forma, la congestión alcanzada en las más grandes ha dispersado parte de su población hacia dichos núcleos de tamaño medio, lo que vendría a explicar la referida "estabilidad", para el caso español, en la evolución de la muestra propuesta por Zipf y que además, que sería totalmente consistente con las teorías sobre congestión urbana (contaminación, altos precios de vivienda, ruido, . . .) de Glaeser (1998).

Para finalizar cabría indicar que el tamaño de la muestra no debería ser la cuestión de fondo, en realidad lo que ocurre es que cada muestra sirve para explicar el diferente comportamiento de las ciudades de distinta dimensión. Esto nos lleva a señalar que cuando Urzúa afirma que la LZ se cumple para un tamaño determinado de los núcleos de población –y para tamaños menores se rechaza la hipótesis nula–, no contradice la aportación de Gabaix cuando se refiere a que en el límite la LZ se cumplirá, sino que en función de donde esté situada la frontera –a nivel poblacional– entre lo rural y lo urbano en cada ámbito geográfico, será como se determine cuál es el límite (para Gabaix) o el tamaño mínimo (según Urzúa) y, en consecuencia, los tamaños de los núcleos poblacionales variarán entre diferentes países e, incluso, entre regiones dentro de un mismo país de acuerdo a la estructura y sistema de ciudades que rijan en los mismos.

Agradecimientos

Expresamos nuestros agradecimientos a J. Rodero por su colaboración con Mathematica, a V. Alba por sus correcciones estadísticas y, a D. Martínez por sus revisiones; asimismo a C. Urzúa por sus aclaraciones. Parte de este trabajo fue presentado en el III Encuentro de Economía Aplicada (Valencia, 2000) y en el VII European Real Estate Meeting (Burdeos, 2000), agrecemos a los participantes O. Alonso–Villar, I. Begg, D. Kasparova, J. Romaní, J. Surinach, P. Taltavull y J. Trullén, todas sus sugerencias. No obstante, cualquier error que pudiera permanecer es de nuestra exclusiva responsabilidad.

Referencias

ALONSO-VILLAR O. Y DE LUCIO J.J. (1999) «La economía urbana: Un panorama». *Revista de Economía Aplicada*, 21:págs. 121–157.

BRAKMAN S., GARRETSEN H., MARREWIJK C.V. Y DEN BERG M.V. (1999) «The return of Zipf: Towards a further understanding of rank–size distributions». *Journal of Regional Science*, 39:págs. 183–213.

BRAÑAS P. Y ALCALÁ F. (2000) «Urban agglomeration in Spanish regions: Evidence from 1960–1998». *Globalisation and World Cities Research Bulletin*, 16(D):págs. 1–23.

EATON J. Y ECKSTEIN Z. (1997) «City and growth: Theory and evidence from France and Japan». *Regional Science and Urban Economics*, 27:págs. 443–474.

GABAIX X. (1999) «Zipf's law for cities: An explanation». *Quarterly Journal of Economics*, 104:págs. 739–767.

GLAESER E. (1998) «Are cities dying?» *Journal of Economic Perspectives*, 12(2):págs. 139–160.

GLAESER E., SCHEINKMAN J. Y SHLEIFER A. (1995) «Economic growth in a cross–section of cities». *Journal of Monetary Economics*, 36:págs. 117–143.

KRUGMAN P. (1996) *The Self–Organizing Economy*. Blackwell, Cambridge.

LASUÉN J.R. (1976) *Ensayos Sobre Economía Regional Y Urbana*. Ariel, Barcelona.

LASUÉN J.R., LORCA A. Y ORIA J. (1967) «Desarrollo económico y distribución de las ciudades por tamaño». *Arquitectura*, 101.

LOTKA A.J. (1925) *The Elements of Physical Biology*. Williams and Wilkins, Baltimore.

MILLS E.S. Y HAMILTON B.W. (1984) *Urban Economics*, cap. Studies in the Structure of the Urban Economy. Scott Foresman, Glenview, IL.

PARETO V. (1897) *Cours D'Éconmie Politique*. F. Rouge, Lausanne.

PARR J.R. (1985) «A note on the size distribution of cities over the time». *Journal of Urban Economics*, 18:págs. 199–212.

QUANDT R.E. (1964) «Statistical discrimination among alternative hypotheses and some economic regularities». *Journal of Regional Science*, 5:págs. 1–23.

ROEHNER B.M. (1995) «Evolution of urban systems in the Pareto plane». *Journal of Regional Science*, 35:págs. 277–300.

ROTLLANT E. Y SOY A. (1993) «El papel de las ciudades en el desarrollo regional. el caso español». *Papeles de Economía Española*, 55:págs. 60–81.

URZÚA C.M. (2000) «A simple and efficient test for zipf's law». *Economic Letters*, 66:págs. 257–260.

ZIPF G.K. (1949) *Human Behaviour and the Principle of Least Effort*. Harvard University Press, Harvard. Reimpresión en Hafner Publishing Co.: N.Y., 1972.

Apéndice

La figura 2 introduce la sintaxis utilizada para la implementación del test LMZ en Mathematica versión 4.0.

La sintaxis recoge los datos desde un archivo ".txt" sin etiqueta; cada "number" es una variable (un vector–columna) y los nombres se introducen a posteriori.

Los valores críticos de Urzúa están introducidos en las filas P1 y P2 (los primeros ocho valores de las filas 10 y 11 son los propuestos por Urzúa, el resto –para valores de n grandes– son los estándar).

```
Needs ["Statistics`NormalDistribution`"]
Pob = ReadList ["C:\Pablo \meta .txt",
   {Number , Number , Number , Number , Number , Number , Number , Number , Number , Number , Number }];
tam = {250000 , 50000 , 10000 , 2500 };
tanom = {"Krugman ", "Zipf ", "Brakman ", "Mills -Hamilton "};
resul1 = {"Krugman ", "Zipf ", "Brakman ", "Mills -Hamilton ", ""};
resul2 = {"Krugman ", "Zipf ", "Brakman ", "Mills -Hamilton ", ""};
anos = {1900 , 1910 , 1920 , 1930 , 1940 , 1950 , 1960 , 1970 , 1980 , 1991 , 1998 };
tmax = Length [tam ];
pvalue = List [{10, 15, 20, 25, 30, 50, 100, 200, ∞}];
P1 = {6.19 , 6.14 , 6.09 , 6.08 , 6.03 , 5.98 , 5.98 , 5.99 , Quantile [ChiSquareDistribution [2], 0.95 ]};
P2 = {4.38 , 4.41 , 4.43 , 4.45 , 4.46 , 4.49 , 4.56 , 4.58 , Quantile [ChiSquareDistribution [2], 0.90 ]};
For [j = 1, j ≤ 11, j ++, Print [];
 Print ["EN EL AÑO DEL SEÑOR DE ", anos [[j]], " OBTENEMOS LOS SIGUIENTES RESULTADOS :"];
 Print ["================================================================"]; Print [];
 For [i = 1, i ≤ tmax , i ++,
  crit = tam [[i]];
  Pop = Pob [[All, j]];
  Pob_crit = Select [Pop , #1 > crit &];
  n = Length [Pob_crit];
  x_n = Min [{Pob_crit}]; Print [];
  Print ["Para una muestra de ", tanom [[i]], " tenemos ", n, " ciudades ",
   " la poblacion menor es ", x_n];
  z_1 = 1 - (1/n) Log [Apply [Times , Pob_crit] / (x_n^n)];
  Print ["Luego z1 es ", N[z_1, 12]] ;
  div = 1 / Pob_crit ;
  z_2 = 1/2 - (1/n) x_n Apply [Plus , div ];
  Print ["Luego z2 es ", N[z_2, 12]];
  LMZ = 4 n (z_1^2 + 6 z_1 z_2 + 12 z_2^2);
  Print ["El estadístico LMZ es ", N[LMZ , 12]];
  If [n ≤ 10, pos = 1,
   If [n ≤ 15, pos = 2,
    If [n ≤ 20, pos = 3,
     If [n ≤ 25, pos = 4, If [n ≤ 30, pos = 5,
       If [n ≤ 50, pos = 6, If [n ≤ 100, pos = 7, If [n ≤ 200 , pos = 8, pos = 9]]]]]]]];
  pt1 = Extract [P1, {pos }];
  Print ["valor crítico al 95%= ", pt1];
  pt2 = Extract [P2, {pos }];
  Print ["valor crítico al 90%= ", pt2];
  If [LMZ < pt1,
   Print ["NO SE RECHAZA la hipótesis LZ para un nivel de significación del 95% para el tamaño ",
    n]; resul1 = Append [resul1 , N[LMZ, 3]_"Acepta "];,
   Print ["RECHAZAMOS la hipótesis LZ para un nivel de significación del 95% para un tamaño ", n];
   resul1 = Append [resul1 , N[LMZ, 3]_"Rechaza"];];
  If [LMZ < pt2 ,
   Print ["NO SE RECHAZA la hipótesis LZ para un nivel de significación del 90% para un tamaño ",
    n]; resul2 = Append [resul2 , N[LMZ, 3]_"Acepta "];,
   Print ["RECHAZAMOS la hipótesis LZ para un nivel de significación del 90% para un tamaño ", n];
   resul2 = Append [resul2 , N[LMZ, 3]_"Rechaza"];];
 ]; resul1 = Append [resul1 , anos [[j]]]; resul2 = Append [resul2 , anos [[j]]];]
res1 = Partition [resul1 , 5];
res2 = Partition [resul2 , 5];
Print [];
Print ["MATRICES RESUMEN "];
Print ["================"];
Print [];
Print [MatrixForm [res1 ]];
Print [MatrixForm [res2 ]];
```

Figura 2: Sintaxis del Mathematica

SERIES DE DOCUMENTOS DE TRABAJO PUBLICADOS

WP 9801/Nº 1
PROPUESTA DE UN ANÁLISIS ECONOMÉTRICO PARA EL ESTUDIO DEL PRECIO DE LA VIVIENDA URBANA
Pablo Brañas Garza; Pablo Fernández-Álvarez; José Mª Caridad y Ocerin

WP 9802/Nº 2
UN ANÁLISIS DEL CRECIMIENTO Y LA CONVERGENCIA DE LA ECONOMÍA ANDALUZA ENTRE 1985 Y 1995
José García Roa

WP 9803/Nº 3
PHYSICAL AND NOT SO PHYSICAL DISTANCES IN A SIMPLE URBAN MODEL: AN ANALYSIS
Pablo Brañas Garza; Javier Rodero Cosano; Joan Carles Martori

WP 9804/Nº 4
UNA EVALUACIÓN DEL CAMBIO DE ESTRATEGIA DE LA POLÍTICA MONETARIA EN ESPAÑA: PERSPECTIVAS DE FUTURO
Francisco Alcalá Olid; Antonio Martín Mesa

WP 9805/Nº 5
URBAN MICROECONOMICS WITHOUT MUTH-MILLS: A NEW THEORETICAL FRAME
Javier Rodero Cosano; Pablo Brañas Garza; Inmaculada Fernández Piñar

WP 9806/Nº 6
LAS EXTERNALIDADES URBANAS: ENTRE ALPEROVICH Y FUJITA
Pablo Brañas Garza; Alejandro Lorca Corrons; Javier Rodero Cosano; Mª Angustias Dávila Vargas-Machuca

WP 9807/Nº 7

LA ECONOMIA ISLÁMICA Y SUS CONTRATOS: UNA PANORÁMICA
Pablo Brañas Garza; Alejandro Lorca Corrons; Javier Rodero Cosano

WP 9808/Nº8

SIZE, PROFITABILITY AND AGENCY PROBLEMS IN PROFIT LOSS SHARING IN ISLAMIC FINANCE
Humayon A. D; David I. Harvey; John R. Presley

WP 9901/Nº9
CAPITAL HUMANO Y CRECIMIENTO EN EL MEDITERRÁNEO: ¿*SPILLOVERS* O DETERMINISMO GEOGRÁFICO
Javier Rodero Cosano, Pablo Brañas Garza, Mª Lucia Cabañes Argudo, Alejandro V. Lorca Corrons

WP 9902/Nº10
SOBRE EL RUIDO Y SU PERCEPCIÓN: UNA APROXIMACIÓN EXPERIMENTAL
Pablo Brañas Garza; M. D. Alcántara Moral y Javier Rodero Cosano

WP 9903/Nº11
CRECIMIENTO ECONÓMICO ENDÓGENO Y CAPITAL PÚBLICO DESDE UNA PERSPECTIVA REGIONAL: UNA APROXIMACIÓN
Diego Martínez López

WP 0001/Nº12
DIFFERENT PATHS OF URBAN AGGLOMERATION IN SPANISH REGIONS: EVIDENCE FROM 1960-1998
Pablo Brañas Garza y Francisco Alcalá Olid

WP 0002/Nº13
IS THERE ANY RELATIONSHIP BETWEEN PUBLIC INVESTMENT AND ECONOMIC GROWTH IN THE SPANISH REGIONS?
Diego Martínez López

WP 0003/Nº14
CONTRACTS IN THE AGRICULTULTURAL SECTOR WITH MORAL HAZARD AND HIDDEN INFORMATION: SPECULATIONS, TRUTHS AND RISK-SHARING.
Francisca Jiménez Jiménez

WP 0004/Nº15
HOTELLING AND THE OLYMPUS: MODELLING DIFFERENCES IN RELIGIOUS PRICES
Javier Rodero Cosano y Pablo Brañas Garza

WP 0005/Nº16
AN EMPIRICAL MEASUREMENT OF THE EFFECTS OF EXTERNALITIES ON LOCATION CHOICE
Pablo Brañas Garza y Javier Rodero Cosano

WP 0006/Nº17
EL ENDEUDAMIENTO A LARGO PLAZO DE LA HACIENDA PÚBLICA ANDALUZA: UNA VISIÓN PANORÁMICA
Diego Martínez López

WP 0007/Nº18
CRECIMIENTO Y SISTEMAS DE CIUDADES: UN MODELO DE DIFERENCIACIÓN DE PRODUCTO
Jose Luis Sáez Lozano y Pablo Brañas Garza

WP 0101/Nº19
AGLOMERACIÓN URBANA EN ESPAÑA (1900-2000): "ESTIMACIÓN RANK-SIZE VS. TEST LM"
Pablo Brañas Garza y Francisco Alcalá Olid

WP 0102/Nº 20
INTRODUCCIÓN A LOS EFECTOS DEL CAPITAL PÚBLICO DESDE UNA PERSPECTIVA DUAL
Diego Martínez López

WP 0103/Nº 21
MEASURING COMPETITION AMONG STUDENTS THROUGH EXPERIMENTAL BEAUTY CONTEST GAMES: AN OVERVIEW OF RESULTS
Pablo Brañas Garza, Francisca Jiménez Jiménez, Virtudes Alba Fernández y Javier Rodero Cosano